

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Hochschulreife / Wintersemester 2021/22

Mathematik – Teil Vektorrechnung

Arbeitszeit: 75 Minuten

Hilfsmittel: Wissenschaftlicher Taschenrechner

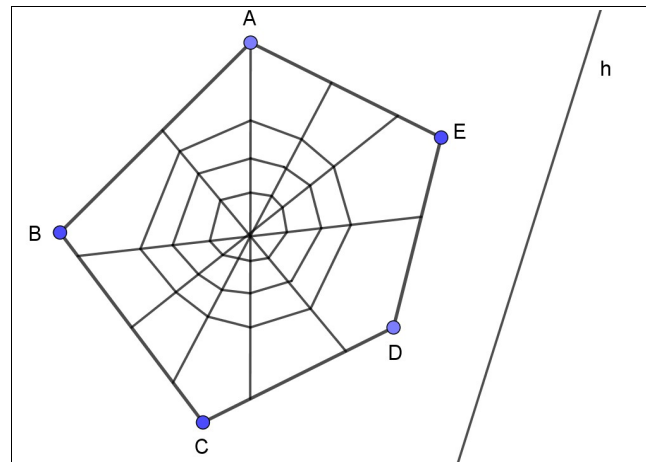
Familienname: _____ Vorname: _____

Aufgabe 4 (33 Punkte)

Eine Spinne hat ihr Spinnennetz an den fünf Ankerpunkten A, B, C, D und E befestigt. (Skizze nicht maßstäblich)

Die Ankerpunkte können durch folgende Koordinaten beschrieben werden:
 $A(0|0|2)$, $B(4,5|0|1)$, $C(6|1|0)$, $D(3|2|0)$ und $E(0|1,5|1)$.

(Eine Längeneinheit entspricht *in allen Aufgaben* einem Dezimeter.)



a)

Die Ebene E_s , in der das Spinnennetz liegt, kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$E_s: 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 18.$$

(i) Bestätigen Sie rechnerisch: Der Ankerpunkt B liegt in E_s .

(ii) Geben Sie eine Normalengleichung der Ebene E_s an. (Die Angabe der Gleichung **ohne Rechenweg oder Begründung** reicht.)

b)

Der Spinnfaden $\overline{AB}$ besitzt den Anfangspunkt A und den Endpunkt B, der Spinnfaden $\overline{BC}$ den Anfangspunkt B und den Endpunkt C. Bestimmen Sie die Größe des Winkels zwischen den Spinnfäden $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$.

c)

Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Fünfecks mit den Eckpunkten A, B, C, D und E *mithilfe des Vektorprodukts*.

Blatt bitte wenden!

Thematische Fortführung von Aufgabe 4

d)

Eine Fliege fliegt entlang folgender Route: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}.$

(i) Geben Sie die Koordinaten eines Punktes $H(h_1|h_2|h_3)$ an, der auf der Geraden h liegt.
(Die Angabe der Koordinaten des Punktes **ohne Rechenweg oder Begründung** reicht.)

(ii) Zeigen Sie, dass für die Fliege keine Gefahr besteht, sich im Netz der Spinne zu verfangen.

(Erinnerung: Die „Spinnennetzebene“ wird beschrieben durch $E_S: 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 18$.)

(iii) Berechnen Sie den Abstand, den die Fliege an der Position $P(-1|4|2)$ von der „Spinnennetzebene“ $E_S: 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = 18$ hat, *mithilfe des Lotfußpunktverfahrens*.

(iv) Begründen Sie, dass der in d) (iii) ermittelte Abstand $d(P; E_S)$ *nicht* gleich dem Abstand der Position P vom Spinnennetz ist.

(v) Eine Mücke fliegt entlang der folgenden Route:

$$i: \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie eine Position dieser Route, die zur Ebene E_S , in der das Spinnennetz liegt, einen Abstand von einem Dezimeter hat.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

In einem anderen Spinnennetz verlaufen Spinnfäden entlang von Geraden g_a .
Dabei gilt für jede reelle Zahl a :

$$g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} a \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass alle Geraden g_a in einer Ebene F liegen und bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene F .

Viel Erfolg! ☺