

Pittys Physikaufgaben: physikaufgaben.de

Aufgabe 759

Auf einer horizontalen Luftkissenbahn befinden sich zwei Gleiter der Massen m_1 und m_2 in der Ruhelage. Zwischen diesen ist eine gespannte Feder angebracht. Nach dem Entspannen der Feder bewegen sich die Gleiter gleichförmig mit den Geschwindigkeiten u_1 und u_2 sowie den kinetischen Energien E_1 und E_2 in entgegengesetzte Richtungen voneinander weg.

Reibungsverluste werden vernachlässigt.

a) Es gelten die Gleichungen

$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

und

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Leiten Sie diese Gleichungen her. Nutzen Sie dabei auch die Gleichungen

$$p = m \cdot v \quad \text{und} \quad E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

b) Unter welcher Bedingung ist die kinetische Energie des Gleiter 1 nach dem Stoß ungefähr Null?

Lösung

Der beschriebene Versuch stellt einen elastischen Stoß dar, da sich die beiden Gleiter nach dem Stoß unabhängig voneinander weiter bewegen. Es gilt also sowohl der Impulserhaltungssatz als auch der Satz von der Erhaltung der kinetischen Energien beim Stoß.

Es werden die Impulse vor und nach dem Ereignis betrachtet:

Vor dem Ereignis sind beide Gleiter in Ruhe und haben damit keinen Impuls. Die Summe aller Impulse ist damit auch Null.

Nach dem Impulserhaltungssatz ist die Summe der Impulse nach dem Stoß dann aber immer noch Null. Es gilt also nach dem Stoß:

$$p_1 + p_2 = 0$$

Die Impulse ergeben sich aus Masse und Geschwindigkeit.

$$p_1 = m_1 \cdot u_1$$

$$p_2 = m_2 \cdot u_2$$

und eingesetzt:

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0$$

Diese Gleichung kann nun in die geforderte Form umgestellt werden:

$$m_1 \cdot u_1 = -m_2 \cdot u_2$$

$$\frac{m_1 \cdot u_1}{u_2} = -m_2$$

$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

Energie: Die beiden Gleiter erhalten ihre kinetische Energie aus der Feder. Nach dem Stoß haben die Gleiter die kinetischen Energien

$$E_1 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2$$

$$E_2 = \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2$$

Diese beiden Gleichungen können nach den Geschwindigkeiten umgestellt werden:

$$u_1^2 = \frac{2 \cdot E_1}{m_1}$$

$$u_2^2 = \frac{2 \cdot E_2}{m_2}$$

Die Quadrate bleiben für die folgende Einsetzung erhalten.

Die oben hergeleitete Beziehung wird quadriert und die Geschwindigkeiten eingesetzt:

$$\frac{u_1^2}{u_2^2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$\frac{\frac{2 \cdot E_1}{m_1}}{\frac{2 \cdot E_2}{m_2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Durch das Quadrieren ist das Minus verschwunden.

Den unschönen Doppelbruch kann man etwas freundlicher schreiben:

$$\frac{2 \cdot E_1}{m_1} \cdot \frac{m_2}{2 \cdot E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Durch einfaches Kürzen erhält man jetzt die geforderte Gleichung:

$$\frac{E_1}{m_1} \cdot \frac{m_2}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

b) Man betrachtet die soeben hergeleitete Gleichung:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Nach der Energie von Gleiter 1 umgestellt, lautet sie

$$E_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot E_2$$

Für den gesuchten Zustand der Energie von Gleiter 1 gibt es nach dieser Gleichung drei Möglichkeiten:

1. m_2 ist etwa Null
2. E_2 ist etwa Null
3. m_1 ist sehr groß

Am Besten wäre es, alle drei Möglichkeiten treten auf. Das bedeutet aber, dass die Masse des 1 Körpers sehr viel größer als die Masse des 2. Körpers ist.

Also:

$$m_1 \gg m_2$$