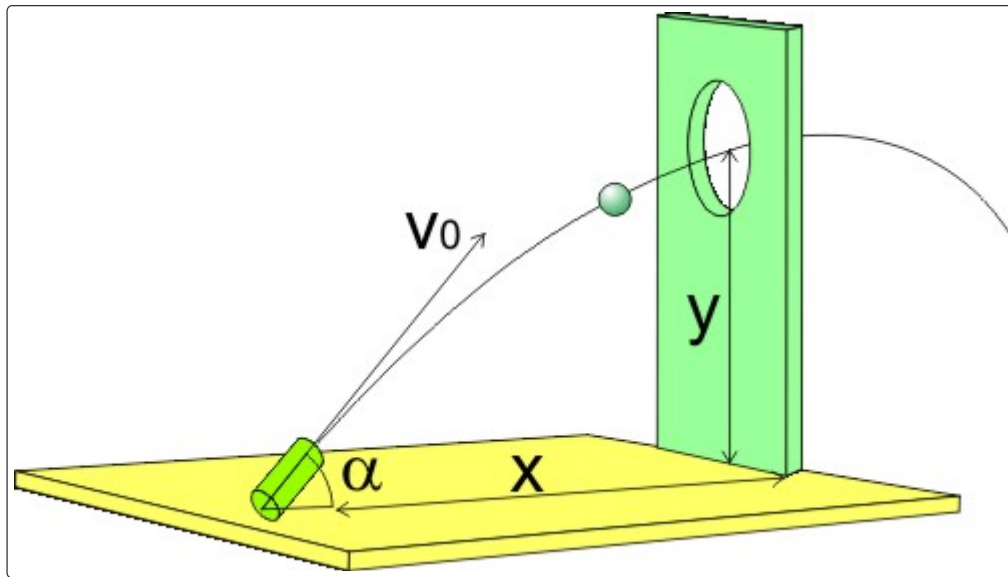


Pittys Physikaufgaben: physikaufgaben.de

Aufgabe 748



Ein Federwurfgerät enthält eine Schraubenfeder (Federkonstante $D = 120 \text{ Nm}^{-1}$), deren freies und arretierbares Ende beim Zusammendrücken der Feder den Federspannweg 15 cm zurückgelegt hat. Die Längsachse der Feder mit ihrer Führung bildet mit der Horizontalen den Winkel 70° .

Auf dem oberen Ende der Feder, welches zunächst arretiert ist, ruht eine Stahlkugel mit dem Durchmesser $1,0 \text{ cm}$. Durch Freigabe des arretierten Endes der Feder tritt die herausgeschleuderte Kugel im aufsteigenden Teil ihrer Bahn durch eine Öffnung, die sich in einer senkrechten Wand befindet und um $17,6 \text{ m}$ höher liegt als die Abwurfstelle.

Hinweis: Reibungsfreie Bewegung wird angenommen.

- Berechnen Sie die Kraft, mit der der gespannte Zustand der Feder im Gerät hergestellt wurde.
- Mit welcher Geschwindigkeit verlässt die Kugel das Gerät?
- In welcher Entfernung von der senkrechten Wand muss die Mündung des Federwurfgerätes aufgestellt werden?
- Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die kinetische Energie der Kugel beim Passieren der Öffnung, die sich in der senkrechten Wand befindet.
- Wie hoch über der Abwurfstelle liegt der Gipfelpunkt der Flugbahn der Kugel, wenn sich die Kugel nach dem Passieren der Öffnung ungehindert weiterbewegen kann?
- In welcher Entfernung von der Abwurfstelle trifft die Kugel am Boden auf, wenn sich die Abwurfstelle in gleicher Höhe befindet?

Lösung

geg.:

$$D = 120 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$s = 0,15 \text{ m}$$

$$\alpha = 70^\circ$$

$$d_k = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h = 17,6 \text{ m}$$

ges.:

a) F

b) v

a)

$$F = D \cdot s$$

$$F = 120 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,15 \text{ m}$$

$$F = 18 \text{ N}$$

b) Die gespannte Feder besitzt Spannenergie, die beim Abschuss vollständig in die kinetische Energie der Kugel umgewandelt wird. Damit gilt:

$$E_{\text{spann}} = E_{\text{kin}}$$

$$\frac{D}{2} \cdot s^2 = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{D \cdot s^2}{m}}$$

Die Masse kann aus der Dichte von Stahl und dem Durchmesser der Kugel berechnet werden:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = \rho \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3$$

Damit wird die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{D \cdot s^2}{\rho \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6 \cdot D \cdot s^2}{\rho \cdot \pi \cdot d^3}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6 \cdot 120 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,15^2 \text{ m}^2}{7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3}}$$

$$v = 25,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c)

Es kommt die Gleichung für die Wurfparabel zur Anwendung:

$$y = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

Die muss nach der gesuchten Größe x aufgelöst werden, was auf die Lösung einer quadratischen Gleichung hinausläuft.

$$0 = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + x \cdot \tan \alpha - y$$

$$0 = x^2 - \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{g} \cdot x + \frac{2 \cdot y \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{g}$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt zwei Werte:

$$x_1 = 7,8 \text{ m}$$

$$x_2 = 36,4 \text{ m}$$

Der erste Wert bezieht sich auf den aufsteigenden Teil der Bahn, der zweite auf den absteigenden Teil.

d) Die Geschwindigkeit eines Körpers beim schrägen Wurf in Abhängigkeit von seiner Flugzeit berechnet sich nach

$$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 \cdot t^2 - 2 v_0 \cdot g \cdot t \cdot \sin \alpha}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit und der Abschusswinkel sind bekannt, die Flugzeit bis zum Loch kennt man aber noch nicht.

Da die Entfernung in x-Richtung aber soeben zu 7,8 m berechnet wurde, kann daraus die Flugzeit berechnet werden:

$$x = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$t = \frac{7,8 \text{ m}}{25,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 70^\circ}$$

$$t = 0,89 \text{ s}$$

Damit kann nun die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:

$$v = \sqrt{\left(25,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 \cdot (0,89 \text{ s})^2 - 2 \cdot 25,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,89 \text{ s} \cdot \sin 70^\circ}$$

$$v = 17,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die kinetische Energie ist dann einfach

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$E_{\text{kin}} = \rho \cdot \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot v^2$$

$$E_{\text{kin}} = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{12} \cdot \pi \cdot (1 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 \cdot \left(17,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$E_{\text{kin}} = 0,64 \text{ J}$$

e) Die Wurfhöhe berechnet sich nach der Gleichung

$$s_h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$$

Es ist alles bekannt:

$$s_h = \frac{\left(25,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin^2 70^\circ}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$s_h = 29,7 \text{ m}$$

f) Die Wurfweite berechnet sich mit

$$s_w = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$s_w = 43,3 \text{ m}$$

Antwort: a) Die Feder wird mit einer Kraft von 18 N gespannt.

b) Die Kugel verlässt mit 25,7 m pro Sekunde das Federschussgerät.

c) Die Wand muss 7,8 m vor dem Gerät aufgebaut werden.

d) Die Kugel fliegt mit 17,7 m/s durch das Loch und hat dabei eine kinetische Energie von 0,64 J.

e) Die Kugel erreicht eine maximale Höhe von 29,7 m

f) Die Kugel fliegt 43,3 m weit.